Projet de recherches 2017

Françoise Demengel et Isabeau Birindelli

On s'intéresse à l'existence pour le probleme de Dirichlet et les equations complètement non linéaires dégénérees avec un Hamiltonien "sous quadratique"

$$\begin{cases} -|\nabla u|^\alpha F(D^2u) + b(x)|\nabla u|^\beta + \lambda|u|^\alpha u = f & \text{dans } \Omega \\ u = 0 & \text{sur } \partial\Omega \end{cases}$$

où Ω est un domaine borné régulier et $\alpha > -1$, $\beta \in [1+\alpha, 2+\alpha]$, $\lambda > 0$. F est supposé telle que

$$atr(N) \leq F(M+N) - F(M) \leq Atr(N)$$

pour tous $M \in S$, $N \geq 0$, S est l'espace des matrices symétrique sur $\mathbb{R}^N$.

Dans un travail en cours on montre lorsque $\lambda \geq 0$ l'existence d'une estimation entre les sur - et sous-solutions de la forme si u est une sous solution bornée par au dessus et v une sur-solution bornée par en dessous pour tout $\Omega' \subset\subset \Omega$ il existe $c_{\Omega'}$ tel que

pour tous $(x,y) \in \Omega')^2$

$$u(x) \leq v(y) + \sup_\Omega(u-v) + c_{\Omega'}|x-y|$$

Lorsque $\lambda > 0$ on construit des sur et sous solutions qui s'annulent sur le bord ce qui permet de montrer par la méthode de Perron l'existence de solution au problème de Dirichlet.

On montrera ensuite des estimations locale Lipschitz uniforme sur une solution, u_λ qui permet de passer à la limite lorsque λ tend vers 0. De même que dans le cas où $\alpha = 0$ et F est linéaire on montre l'existence d'une constante ergodique et la convergence de u_λ vers une fonction ergodique.